ГУ ВШЭ, 2011−12
3 курс, Эконометрика,
П.К.Катышев
08.02.2012

Домашняя работа 2

Задача 1. Из совокупности всех подмножеств множества $S = \{1, 2, ..., N\}$ по схеме выбора с возвращением выбираются два множества A_1, A_2. Найти вероятность того, что $A_1 \cap A_2 = \varnothing$.

Задача 2. Экзамен формата *Multiple Choice* (множественный выбор) состоит из 12 вопросов, каждый их которых имеет 5 возможных ответов. Для сдачи экзамена необходимо правильно ответить, по крайней мере, на 8 вопросов из 12. Какова вероятность этого, если:

(a) Вы идете на экзамен без каких-либо знаний, полагаясь на чистое отгадывание?

(b) Вы занимались достаточно для того, чтобы исключить три варианта в каждом вопросе. Таким образом, Вам остается отгадывать из двух оставшихся.

(c) Вы занимались достаточно для того, чтобы знать правильные ответы на 2 вопроса. Для остальных десяти Вы полагаетесь на чистое отгадывание.

Задача 3. Маленький самолет потерпел аварию. Известно, что упасть он мог либо в горах, либо в степи, либо в море. Был организован его поиск. При этом известна следующая информация:

Область падения	Априорная вероятность падения в область	Вероятность необнаружения самолета в процессе поиска
Горы	0.5	0.3
Степь	0.3	0.2
Море	0.2	0.9

1) Поиск самолета начался в горах и был безуспешным. Чему равна вероятность того, что самолет, тем не менее, упал в горах?
2) Поиск продолжился в двух других областях, но самолет обнаружен не был. Чему теперь равна вероятность того, что самолет упал в горах?

Задача 4 Число проведенных опытов X случайно и имеет распределение Пуассона: $P(X = n) = e^{-\lambda} \dfrac{\lambda^n}{n!}$, $n = 0,1,...$. Каждый опыт может быть успешным с вероятностью p и неуспешным с вероятностью $1-p$ (независимо от исходов других опытов). Найти распределение числа успешных опытов.

Задача 5. Подбрасываются два игральных кубика. Найдите средние значения максимума и минимума выпавших очков.

Задача 6. Случайная величина X принимает значения в множестве натуральных чисел $N = \{1, 2, ...\}$. Докажите, что

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} \Pr(X \geq i)$$

Задача 7. Пусть X_1, X_2 – независимые случайные величины, имеющие геометрическое распределение: $P(X_i = k) = q_i^{k-1} p_i$, $k = 1, 2, ...,$ $p_i + q_i = 1$, $i = 1, 2$.

(а) Докажите, что случайная величина $Y = \min(X_1, X_2)$ также имеет геометрическое распределение.

(б) Найдите $E(Y)$.