

Домашняя работа 3

Задача 1. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром λ .
Найти плотность распределения случайных величин

а) X^2 ; б) \sqrt{X} ; в) $\ln(X)$; г) $Y_4 = 1 - e^{-\lambda X}$.

Задача 2. Случайная точка B имеет равномерное распределение на окружности $x^2 + (y - a)^2 = r^2$ с центром в точке $A = (0, a)$, а точка $C = (\xi, 0)$ является пересечением оси абсцисс с прямой, проходящей через точки A и B . Найти распределение сл. величины ξ (это распределение называется *распределением Коши*).

Задача 3. Докажите пуассоновское приближение для биномиального распределения: пусть μ_n – число успехов в схеме Бернулли с вероятностью успеха p_n , и пусть

$$\lim_{n \rightarrow \infty} np_n = \lambda. \text{ Тогда } \lim_{n \rightarrow \infty} \Pr(\mu_n = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad \forall k = 0, 1, \dots .$$

Задача 4. Пусть Π_1, Π_2 - независимые пуассоновские случайные величины с параметрами λ_1, λ_2 соответственно. Доказать, что случайная величина $\Pi_1 + \Pi_2$ имеет пуассоновское распределение. Каков параметр этого распределения?

Задача 5. На окружности случайным образом выбираются три точки. Чему равна вероятность того, что треугольник с вершинами в выбранных точках является остроугольным?